

**NÚMEROS COMPLEXOS: UM MAPEAMENTO DE DISSERTAÇÕES E
TESES VOLTADAS AO ENSINO DE MATEMÁTICA ELEMENTAR ENTRE
2000 E 2019**

**COMPLEX NUMBERS: A MAPPING OF MASTERS DISSERTATIONS AND
DOCTORAL THESIS RELATED TO TEACHING BASIC MATHEMATICS
BETWEEN 2000 AND 2019**

Wagner Marcelo Pommer*

RESUMO

Esta pesquisa objetivou mapear monografias de pesquisa brasileiras tematizadas nos números complexos no período de 2000 a 2019 no entorno do Ensino e Educação. A metodologia adotada foi o Estado da Arte, em busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de *Teses e Dissertações*. Nestas bases a palavra-chave empregada foi ‘números complexos’ e restringiu-se os resultados para áreas situadas no Ensino e Educação. Nesta busca foram encontradas 15 dissertações acadêmicas, 2 teses e 9 monografias profissionais. Quanto ao sujeito de pesquisa, 40,91% das monografias versaram sobre alunos, 22,73% se focaram no uso de Softwares e Tecnologias da Informática, enquanto que somente 4,54% envolveram professores. Os principais referenciais teóricos das monografias utilizaram a História e Epistemologia do tema (34,61%) e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval (23,07%). Um ponto de destaque foi a opção dos autores em desenvolver a pesquisa por meio das representações geométricas ou por meio da História da Matemática de modo a contrapor a exposição algébrica predominante dos manuais didáticos de Ensino Médio.

Palavras-chave: Números Complexos; Estado da Arte; Ensino de Matemática; Educação Matemática.

ABSTRACT

This research aimed to map Brazilian research monographs themed in the complex numbers from 2000 to 2019. The methodology adopted was the State of the Art, in a search carried out in the CAPES Theses and Dissertations Catalog and in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations. On these bases, the keyword used was ‘complex numbers’ and the results were restricted to Teaching and Education areas. In this search were found 15 academic dissertations, 2 doctoral theses and 9 professional monographs. As the research subject 40.91% of the monographs situated students, 22.73% focused on the use of Computer Software and Technologies, while only 4.54% involved teachers. The main theoretical references of the monographs used the History and Epistemology of the theme (34.61%) and Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Records (23.07%). A prominent point was the authors' option to develop the research through geometric representations or through the History of Mathematics in order to counter the predominant algebraic exposure of high school textbooks.

Keywords: Complex numbers; The State of the Art; Mathematics Teaching; Mathematics Education.

* Doutor em Educação. Professor Adjunto da Universidade Federal de São Paulo (Departamento de Ciências Exatas e da Terra). wagner.pommer@unifesp.br

Introdução

Autores como Artigue e Dedelic (1992) e Rogalski (2002) destacam as dificuldades oriundas do intervalo entre os aspectos epistemológicos dos números complexos e a organização didática usualmente escolhida para introduzi-los na escolaridade básica.

Carneiro (2004), Assemany (2017) e Gedamsi (2017) complementam que o tema matemático ainda continua parcamente desenvolvido no Ensino Médio. Em grande parte, tais considerações advêm das propostas curriculares que não tem destacado a importância do tema no âmbito da formação do aluno do Ensino Médio.

De acordo com Da Silva e Bernardino (2019) os números complexos foram introduzidos nos programas curriculares de ensino brasileiros em 1941, com a Reforma Capanema¹. Desde então, tinha sido mantido nas propostas curriculares posteriores.

Porém, este quadro mudou com as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, expresso em Brasil (2002). Uma das pouquíssimas menções do documento relata que no desenvolvimento da álgebra no Ensino Médio pode-se, eventualmente, introduzir os números complexos, visto que “[...] esse tema isolado da resolução de equações perde seu sentido para os que não continuarão seus estudos na área, [e] ele pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas” (BRASIL, 2002, p. 122).

Recentemente, na Base Nacional Comum Curricular, descrita em Brasil (2017), os números complexos deixaram de ser obrigatório. Puhl e Lima (2018) relatam que esta ausência na proposta curricular afrouxa o compromisso dos professores de Ensino Médio com este tema, que causa consequência em diversos cursos do Ensino Superior.

Em suma, o objetivo desta pesquisa foi mapear monografias de pesquisa brasileiras envolvendo os números complexos no período de 2000 a 2019 no entorno do Ensino e Educação.

O aporte metodológico e a coleta dos dados

A área de pesquisa científica se cercou de inúmeros resultados, o que suscita a organização desta forma de produção acadêmica. Neste ínterim, autores como Ferreira

¹ Doravante, nesta pesquisa, estaremos utilizando o termo monografias para designar dissertações e teses.

(2002) e Romanowski e Ens (2006) consideram que um modo de mapear as pesquisas científicas pode ocorrer por meio do ‘Estado do Conhecimento’ ou ‘Estado da Arte’.

De acordo com Ferreira (2002) a metodologia do tipo ‘Estado da Arte’ tem como meta sistematizar, de modo crítico, a produção do campo acadêmico considerando certos aspectos das dissertações de mestrado, teses e artigos científicos, em relação a certo período de tempo.

Para a coleta de dados optamos por duas fontes restritas ao âmbito das universidades brasileiras, no período de 2000 a 2019. A primeira foi o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e a segunda foi a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia.

No Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, disponível no endereço eletrônico <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/>, inserimos o termo “números complexos” e obtivemos 223 resultados, para o período de 2000 a 2019.

Nesta base de dados encontramos dissertações acadêmicas e profissionais envolvidas nas seguintes áreas: Educação, Educação Matemática, Ensino de Matemática, Ensino de Ciências e Matemática, Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Ensino de Ciências Exatas, Educação em Ciências e Matemática, Matemática, Matemática Aplicada, Estatística, Estatística Aplicada, Engenharias, Computação (e denominações correlatas), Física e outras (Gestão).

No Quadro 1a colocamos os quarenta e cinco resultados da busca inicial da Plataforma da CAPES para as monografias (dissertações e teses) do tipo acadêmico.

Quadro 1a - Distribuição por área (CAPES) para as 45 monografias acadêmicas

Tipo	Área	Quantidade	
		Ms	Dt
Acadêmico	Educação	0	1
	Educação Matemática	5	1
	Ensino de Matemática	2	0
	Ensino de Ciências e Matemática	5	0
	Ciências Exatas	1	0
	Matemática	10	5
	Matemática Aplicada	0	1
	Estatística	1	0
	Biometria e Estatística Aplicada	0	1
	Engenharia	3	6
	Computação	3	0
	Sub-Total (Acadêmico)	30	15

Fonte: Elaborado pelo autor

De modo análogo, o Quadro 1b indica os resultados da busca inicial da Plataforma da CAPES para as monografias (dissertações) Profissionais ou Profissionalizantes.

Quadro 1b - Distribuição por área (CAPES) para as 178 monografias profissionais

Tipo	Área	Quantidade	
		Ms	Dt
Profissional	Mestrado Profissional de Matemática em Rede (PROFMAT)	166	0
	Educação Matemática	1	-
	Ensino de Matemática	2	-
	Ensino de Ciências e Matemática	4	-
	Educação em Ciências e Matemática	2	-
	Física	3	0
	Sub-Total (Profissional)	178	0

Fonte: Elaborado pelo autor

Como havíamos almejado a realização de um estudo das contribuições teóricas e metodológicas do campo do Ensino ou da Educação Matemática para o tema dos números complexos realizamos a leitura dos resumos, de modo a promover um refinamento. Desta feita, o resultado foram treze dissertações acadêmicas, nove dissertações profissionais e duas teses na Plataforma de Teses e Dissertações da CAPES, conforme descrito no Quadro 2.

Quadro 2 - Escolhas no entorno Ensino/Educação Matemática na Plataforma CAPES

Tipo	Área	Quantidade	
		Ms	Dt
Acadêmico	Educação	0	1
	Educação Matemática	5	1
	Ensino de Matemática	2	0
	Ensino de Ciências (Naturais) e Matemática	5	0
	Ciências Exatas	1	0
	Sub-total Acadêmico	13	2
Profissional	Educação Matemática	1	-
	Ensino de Matemática	2	-
	Ensino de Ciências (Naturais) ² e Matemática	4	-
	Educação em Ciências (Naturais) e Matemática	2	-
	Sub-total Profissional	09	0
TOTAL		22	2

Fonte: Elaborado pelo autor

De modo a complementar a busca foi escolhida a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia, disponível no endereço eletrônico <http://bdtd.ibict.br/>, para realizar uma busca

² Inserimos o termo 'Naturais' pois a denominação Ciências possui várias ramificações.

complementar. Nesta, inserimos o termo “números complexos” e ‘busca’, para o período de 2000 a 2019, resultando 82 monografias. Após a leitura dos resumos eliminamos alguns temas, sobretudo as monografias já levantadas em comum na Plataforma da CAPES. Nesse processo, foram resgatados somente dois trabalhos acadêmicos na área Ensino de Ciências Naturais e Matemática.

O Quadro 03 indica a síntese das duas plataformas mencionadas.

Quadro 3 - Síntese no entorno Ensino/Educação Matemática (Plataforma CAPES e BDTD)

Tipo	Área	Quantidade	
		Ms	Dt
Acadêmico	Educação	0	1
	Educação Matemática	5	1
	Ensino de Matemática	2	0
	Ensino de Ciências (Naturais) e Matemática	7	0
	Ensino de Ciências Exatas	1	0
	Sub-total Acadêmico	15	2
Profissional	Educação Matemática	1	-
	Ensino de Matemática	2	-
	Ensino de Ciências (Naturais) e Matemática	5	-
	Educação em Ciências (Naturais) e Matemática	2	-
	Sub-total Profissional	09	0
TOTAL		24	2

Fonte: Elaborado pelo autor

Em síntese, o Quadro 03 apresenta as quinze dissertações acadêmicas, nove dissertações profissionais e duas teses obtidas na conjunção da busca na Plataforma de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, da IBCIT, contabilizando um total de vinte e seis monografias a serem investigadas por meio do ‘Estado da Arte’.

Ao final do artigo consta o Anexo 01, que apresenta a lista das quinze dissertações acadêmicas e duas teses, assim como o Anexo 02 que faz menção a nove dissertações profissionais escolhidas para análise das contribuições do tema dos números complexos no entorno Ensino e Educação. Ainda, os Anexos 03 e 04 trazem, respectivamente, a referência bibliográfica dos principais aportes teóricos e metodológicos das monografias mapeadas.

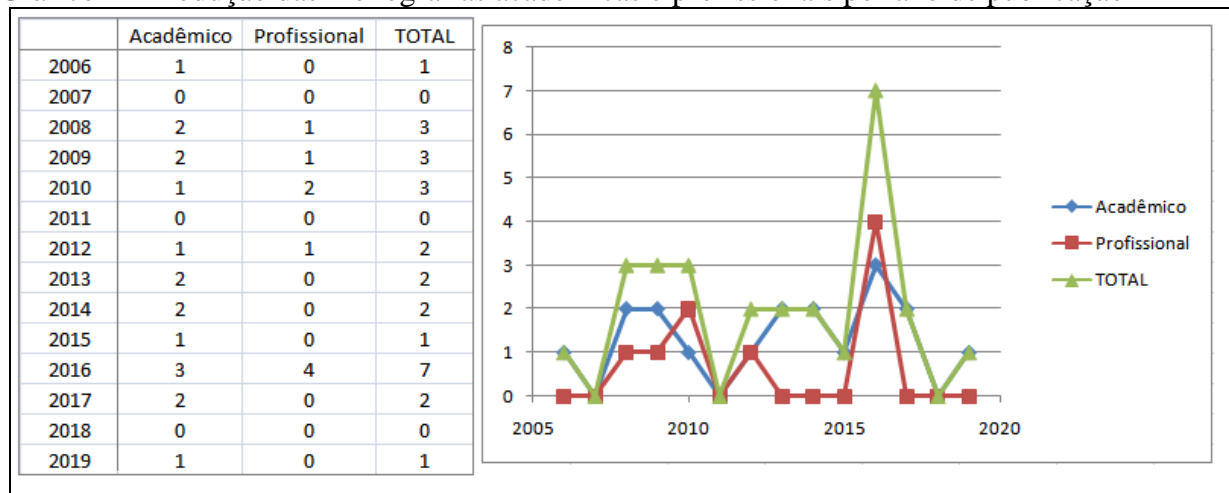
Síntese, descrições e análises das monografias selecionadas

A síntese delineada a seguir foi elaborada a partir de fichamento de cada uma das quinze dissertações acadêmicas, duas teses e as nove dissertações profissionais. Nestes

textos foram levantados e descritos os elementos por ordem alfabética dos autores: área, instituição, sujeito de pesquisa, principal referencial teórico, referencial metodológico e instrumentos de pesquisa.

Para fins de visualização o Gráfico 01 indica a produção das monografias acadêmicas e profissionais com relação ao tema dos números complexos no período entre 2000 e 2019.

Gráfico 1 - Produção das monografias acadêmicas e profissionais por ano de publicação



Fonte: Elaborado pelo autor

No gráfico 1 observa-se que entre os anos de 2000 a 2005 não houve produções em relação ao tema dos números complexos. Entre os anos de 2006 e 2019 há uma distribuição aleatória, com um pico acentuado em 2016. A média de produção anual ficou em torno de 1,3 monografias/ano, que é muito baixa face aos apontamentos de Carneiro (2004), Assemany (2017) e Gedamsi (2017).

A seguir realizamos o levantamento dos Programas de Pós-Graduação Stricto Sensu das Instituições de Ensino Superior que apresentaram produções envolvendo os números complexos no entorno do Ensino/Educação Matemática, do tipo acadêmico e profissional. Os destaques se centram na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais com três monografias acadêmicas e uma profissional, a Universidade Anhanguera de São Paulo com duas dissertações acadêmicas e uma tese de doutorado, a Universidade Federal do Rio de Janeiro e a Universidade Federal do Rio Grande do Norte com duas publicações acadêmicas cada, assim como a Universidade Federal do Ceará com uma dissertação acadêmica e outra profissional.

Em continuidade, o Quadro 04 indica um levantamento dos sujeitos de pesquisa associados ao estudo dos números complexos nas monografias acadêmicas e profissionais.

Quadro 4 - Os sujeitos de pesquisa

Sujeito de estudo	Quantidade			
	Acadêmicas	Profissionais	Total	Total
1a- Alunos dos anos finais do Ensino Médio ou Técnico.	8	6	14	31,82%
1b- Alunos do Ensino Superior.	3	1	4	9,09%
2- Professores da escolaridade básica.	0	2	2	4,54%
3a- Livro Didático do Ensino Médio.	2	2	4	9,09%
3b- Livro Didático de Ensino Superior.	1	0	1	2,28%
4- Artigos e literatura científica de época.	4	1	5	11,36%
5- O Conhecimento Matemático.	3	1	4	9,09%
6- Uso de Softwares e Tecnologias da Informática	7	3	10	22,73%

Fonte: Elaborado pelo autor

Vale observar que a leitura dos textos revelou que as monografias utilizaram mais de um sujeito de estudo. As oito monografias acadêmicas de Amorim (2014), Contini (2016), Eli (2014), Ferreira (2006), Oliveira (2010), Paulo (2019), Pinto (2015) e Santos (2008), assim como as seis dissertações profissionais de Azevedo (2016), Monzon (2012), Neto (2009), Puhl (2016), Queiroz (2016) e Silva, N. (2016) recorreram a alunos do Ensino Médio ou Técnico.

As monografias de Amorim (2014), Guimarães (2013) e Reis (2009) envolveram estudantes de Ensino Superior, assim como a dissertação profissional de Silva, R. (2016). As duas monografias profissionais de Neto (2009) e Zocolotti (2010) realizaram uma pesquisa com professores do Ensino Médio.

Com relação ao material didático, a dissertação acadêmica de Bernardino (2016) realizou uma análise sócio-histórica, análise discursiva e comparativa entre as diversas edições de 1944, 1946, 1949, 1955 e 1956 do livro 'Matemática 2º ciclo', de autoria de Euclides Roxo, Haroldo Lisbôa da Cunha, Roberto Peixoto e Cesar Dacorso Netto. Ainda, a monografia acadêmica de Pinto (2015) realizou um estudo prévio em três livros didáticos do Ensino Médio, com critérios elaborados pelo próprio autor como recurso para a elaboração do Objeto de Aprendizagem.

Por outro lado, a monografia acadêmica de Aggrico Jr. (2017) utilizou uma seleção dos livros didáticos mais utilizados nas bibliografias dos planos de ensino do

Ensino Superior, na disciplina Circuitos Elétricos de cursos de engenharia elétrica de dez universidades brasileiras. Quanto às dissertações profissionais, Neto (2009) realizou uma análise prévia em livros do Ensino Médio e as analisou do ponto de vista do conhecimento matemático.

As monografias acadêmicas de Abido (2012), França (2017), Neves (2008) e Pinto Jr. (2009) se embasaram em artigos científicos e materiais dos diversos autores que, ao longo da linha de tempo, contribuíram para a construção e sistematização do conhecimento epistemológico envolvendo os números complexos.

Primeiramente, a pesquisa de doutorado de Abido (2012) utilizou estudo histórico-epistemológico da Matemática, por meio da interpretação geométrica dos números imaginários no livro *Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques* (primeira edição, 1806, e segunda edição, 1874) de Jean Robert Argand (1768-1822).

Por sua vez, França (2017) fez uma análise dos trabalhos de Girolamo Cardano (1501-1576), Raphael Bombelli (1526-1572), René Descartes (1596-1650), Abraham De Moivre (1667-1754), Leonhard Paul Euler (1707-1783), Caspar Wessel (1745-1818), Jean-Robert Argand (1768-1822) e Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Por outro lado, Neves (2008) se baseou em material científico (três artigos e uma carta) publicados por Caspar Wessel e Hamilton. Por último, Pinto Jr (2009) se utilizou das obras originais principalmente de Jean-Robert Argand, Girolamo Cardano e Caspar Wessel.

As monografias acadêmicas de Germano (2016), Pinto (2015) e Reis (2009), assim como a dissertação profissional de Neto (2010) se concentraram em efetivar uma reflexão epistemológica em torno dos números complexos, porém não houve discriminação das fontes originais do conhecimento matemático. Isto nos leva a considerar que existe a concepção que o conhecimento matemático envolvendo os números complexos é uma construção coletiva e acabada, sem a necessidade de enfatizar um diálogo com a área de Ensino ou Educação.

Por último, o destaque fica com relação ao uso de softwares ou a aplicação de novas tecnologias. Neste quesito encontramos as dissertações acadêmicas de Amorim (2014), Eli (2014), Germano (2016), Guimarães (2013), Oliveira (2010), Paulo (2019) e Pinto (2015), assim como as monografias profissionais de Azevedo (2016), Monzon (2012) e Puhl (2016).

Amorim (2014) fez uso do software Geogebra³ em conjunto com o Caderno do Aluno para enfatizar uma abordagem geométrica associada à algébrica junto a alunos do 3º ano do Ensino Médio e também a alunos do Ensino Superior.

A pesquisa de Eli (2014) se propôs a construção de fractais de Julia e de Mandelbrot por meio do software Fractint em conjunção com planilhas eletrônicas e apresentação em Power-Point. Eli (2014) compôs um Produto Educacional fundamentado no software Fractint⁴ e planilhas eletrônicas, em uma aula/exposição por meio de Powerpoint.

Por outro lado, Germano (2016) se utilizou do software Geogebra para promover a visualização e interpretação geométrica com a apresentação dos números complexos. Para isto, o autor elaborou um Produto Educacional por meio de uma situação didática embasada nos pressupostos metodológicos da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau.

Guimarães (2013, p. 5) elaborou um Produto Educacional (Objeto de Aprendizagem) embasado no uso do software gratuito de geometria dinâmica denominado ‘Régua e Compasso’⁵, de modo a “[...] mostrar uma maneira mais eficaz de compreensão dos números complexos, além da associação e aplicação dos mesmos à geometria e, diretamente, à trigonometria”.

Oliveira (2010) considerou que o uso do software Geogebra proporcionaria a elaboração de uma sequência didática capaz de promover a visualização e apreensão das propriedades das operações com os números complexos.

Por sua vez, Paulo (2019, p. 9) tinha por objetivo explícito “[...] investigar como o ambiente de geometria dinâmica do GeoGebra interfere na abordagem dos números complexos quando se mobilizam distintas representações semióticas em situações de ensino”.

Pinto (2015) utilizou o software Geogebra e o Exelearning⁶ para construir um objeto de aprendizagem (AO). A dissertação acadêmica de Pinto (2015, p. 8) o Produto

³ Pinto (2015), aponta que o Geogebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, sendo disponibilizado em <http://www.geogebra.org/>.

⁴ Conforme Eli (2014), o Fractint é um software livre para renderizar e exibir muitos tipos de fractais. Ele está disponível no endereço <http://www.fractint.org/ftp/current/>.

⁵ O software livre ‘Régua e Compasso’ foi desenvolvido pelo professor René Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha (GUIMARÃES, 2013).

⁶ O ‘Exelearning’ é um software livre para criar conteúdos educacionais e foi desenvolvido pela “[...] Comissão do Governo da Nova Zelândia para o Ensino Superior e foi dirigido pela Universidade de Auckland, a Universidade de Tecnologia de Auckland e Politécnica de Tairawhiti” (PINTO, 2015, p. 41).

Educacional fez “[...] um Objeto de Aprendizagem (OA), construído com atividades para o estudo dos Números Complexos com aplicações na área técnica em eletroeletrônica”.

O Produto final de Azevedo (2016, p. 193) foi um website gratuito contendo todas as etapas da pesquisa a fim de “[...] auxiliar que outros professores percebam as potencialidades da organização do ensino pautado nos pilares da Teoria Histórico-Cultural e do Ensino Desenvolvimental com o uso de tarefas investigativas no software GeoGebra”.

Monzon (2012) situou um objeto de aprendizagem denominado ‘Números Complexos’ com animações feitas no software Geogebra, contendo explicações e exercícios.

Puhl (2016, p. 6) desenvolveu um objeto de aprendizagem virtual (OA) “[...] para ser potencialmente significativo, com uma rota de aprendizagem planejada para compreender e operar com os números complexos”. O autor relata que o AO gerou a necessidade da:

[...] criação de um *site*. O *software* utilizado para a criação do *site* foi o *Web Acappella 4*, tendo como provedor do *site* a extensão *hol.es*, que é gratuita. Além do *site*, utilizaram-se outros repositórios digitais, como: o Dropbox para exercícios de aprendizagem, o GeoGebraTube para os aplicativos construídos no GeoGebra, o Youtube para os vídeos e o Google para salvar imagens e textos que foram utilizados na criação do *site* (PUHL, 2016, p. 42).

Passamos a indicar os tipos de referenciais teóricos utilizados nas monografias acadêmicas, conforme o Quadro 05a.

Quadro 5a - Tipos de referenciais teóricos utilizados nas monografias acadêmicas

Tipo	Teoria ou referência teórica	Autor principal	Monografias
	Compreensão relacional	Richard Skemp (1976)	Abido (2012)
	Conceito empírico e teórico	Ernst Cassirer	Abido (2012)
	Conceitualismo	Bernard Bolzano	França (2017)
	Epistemologia da Matemática.	Não declarado(a) ⁷	Eli (2014) Neves (2008) Reis (2009)
	Formação de conceito e atividades estruturadas	Richard Skemp	Santos (2008)
	História e Epistemologia da Matemática (história dos números complexos)	Diversificado ⁸	Abido (2012) Eli (2014) Ferreira (2006) Guimarães (2013)

⁷ Este termo foi utilizado quando o autor da monografia não utiliza autores para realizar o discurso, de modo a que o conhecimento veiculado seja considerado patrimônio cultural e universal da área em debate.

⁸ Este termo foi utilizado quando o autor da monografia utiliza autores diversos para orientar o discurso teórico, de modo a não ser possível configurar um autor principal.

Acadêmico			Neves (2008) Pinto (2015) Pinto Jr (2009)
	Hermenêutica de Profundidade	John B. Thompson	Bernardino (2016)
	Informática Educativa	Jose Manuel Moran	Pinto (2015)
	Juízo analítico e sintético	Immanuel Kant	França (2017)
	Modelo de Van Hiele	Pierre Marie Van Hiele	Guimarães (2013)
	Objetos de Aprendizagem	David A. Wiley.	Pinto (2015)
	Paratextos Editoriais	Gérard Genette	Bernardino (2016)
	Perspectiva construtivista e História da Matemática	Iran Abreu Mendes	Santos (2008)
	Princípio da Complementaridade	Michael Otte.	França (2017)
	Semiótica (Noções de sentido e referência)	Gottlob Frege	França (2017)
	Teoria das Situações Didáticas	Guy Brousseau	Germano (2016) Guimarães (2013) Oliveira (2010)
	Teoria dos Registros de Representações Semióticas	Raymond Duval	Aggrico Jr (2017) Amorim (2014) Contini (2016) Oliveira (2010) Paulo (2019)
	Três Porquês: Cronológicos, lógicos e pedagógicos.	Phillip S. Jones	Ferreira (2006)
Uso de softwares educativos	Documentos curriculares nacionais	Guimarães (2013)	

Fonte: Elaborado pelo autor

Nas monografias acadêmicas observou-se uma diversidade de abordagens teóricas de suporte para as pesquisas em torno dos números complexos. Isto se configura em algo positivo, pois diferentes abordagens podem elucidar aspectos complementares, de modo a ampliar os entendimentos acadêmicos sobre o tema, além de enriquecer o repertório dos professores que porventura façam contato com essas pesquisas.

Alguns destaques ficam pelo embasamento teórico a partir da História e Epistemologia da Matemática (7 trabalhos), da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (5 trabalhos) e da Teoria das Situações Didáticas (3 trabalhos).

O Quadro 5b aponta os principais referenciais teóricos utilizados nas monografias profissionais.

Quadro 5b - Tipos de referenciais teóricos utilizados nas monografias profissionais

Tipo	Teoria ou referencia teórica	Autor principal	Monografias
Profissional	Epistemologia da Matemática	Diversificado	Neto (2009) Neto (2010)
	História e Epistemologia da Matemática (história dos números complexos)	Diversificado	Queiroz (2016) Silva, R. 2016)
	Metacognição	John H. Flavell	Zocolotti (2010)
	Professor Reflexivo	Donald A. Schön	Zocolotti (2010)
	Teoria da Aprendizagem Significativa	Ausubel; Novak; Hanessian (1980)	Puhl (2016)
	Teoria do Ensino Desenvolvimental	Vasili V. Davydov	Azevedo (2016)

	Teoria dos Registros de Representações Semióticas	Raymond Duval	Monzon (2012)
	Teoria das Situações Didáticas	Guy Brousseau	Silva, N. (2016)

Fonte: Elaborado pelo autor

Nas monografias profissionais se observa uma maior ênfase na Epistemologia dos números complexos (4 trabalhos), sendo que duas delas se aprofundam em relacionar o conhecimento científico com a História da Matemática, fator que pode trazer diversas contribuições no âmbito das pesquisas.

Em se examinando as confluências das monografias acadêmicas e profissionais, os destaques se concentram para as pesquisas que utilizam a História e Epistemologia do tema (9 trabalhos) e da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (6 trabalhos).

Considerações finais

O levantamento de dados sobre os ‘Números Complexos’ no entorno da área Ensino e Educação evidenciou que existem poucas pesquisas, em se considerando vinte anos de pesquisa sobre o tema.

Após a publicação da Base Nacional Comum Curricular, em Brasil (2017), onde há menção sobre a não obrigatoriedade do trabalho com os números complexos no segmento da escolaridade básica, é provável que o tema sofra uma diminuição de pesquisas no contexto da área de Ensino e Educação. Neste sentido, há de ocorrer continuidade nas observações sobre o tema nos próximos anos.

Diversas dissertações acadêmicas que se voltaram para a pesquisa com alunos e recursos informáticos optaram pela elaboração de Produto Educacional, um instrumento típico de monografias profissionalizantes. O uso de recursos informáticos para a abordagem dos números complexos contribui para a necessária formação de um cidadão situado em um mundo atualizado nas ferramentas digitais.

Um olhal global envolvendo as monografias acadêmicas e profissionais na área de Ensino e Educação e afins apontou a importância das monografias que utilizam softwares de Geometria Dinâmica. As pesquisas preferiram utilizar o Geogebra, aliados a recursos da tecnologia em Informática, para desenvolver Objetos de Aprendizagem, de aplicabilidade imediata em sala de aula, um fator importante para valorizar o ensino dos números complexos na educação básica.

Destacamos a predominância em pesquisas envolvendo alunos do Ensino Médio (31,82%). Em contrapartida, notamos a ausência de monografias que tenham como foco analisar a prática, conhecimentos e contribuições de professores do ensino médio e superior para o tema dos números complexos. Neste sentido, torna-se fundamental ampliar as pesquisas de modo a situar as manifestações de alunos secundaristas, alunos oriundos das licenciaturas e professores frente aos resultados mapeados até o presente momento.

Um ponto em comum de destaque ocorre com relação ao material didático da escolaridade básica. Diversos autores observaram que as exposições privilegiam as representações algébricas em detrimento das representações geométricas. Nesse sentido, para superar este quadro, diversos autores das monografias optaram por desenvolver pesquisa por meio das representações geométricas ou por meio da História da Matemática.

Isto evidencia uma oportunidade de considerar um tema matemático abstrato, que historicamente é apresentado nos livros didáticos em uma linguagem algébrica, mas que as pesquisas mapeadas mostram ser possível de ser introduzidas por meio da linguagem geométrica e histórica, o que aumenta o repertório para aqueles que adentram nos diversos campos do mundo de trabalho ou de pesquisas acadêmicas.

Referências

ARTIGUE, M; DELEDICQ, A. Quatre étapes dans l'histoire des nombres complexes: quelques commentaires épistemologiques et didactiques. **Institute de Recherche Pour L'enseignement des Mathématiques**. Paris VII, 1992.

ASSEMANY, D. Engendrando conteúdos no ensino secundário uma proposta metodológica. *In*: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, VIII., **Anais[...]**, Madrid, 2017, p. 107-115.

BRASIL. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília-DF: MEC/SETEF, 2002.

CARNEIRO, J. P. Sobre a Geometria e o Ensino dos Números Complexos. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, n. 55, p 15-25, 2004.

FERREIRA, N. S. de A. As pesquisas denominadas 'estado da arte'. **Educação Sociedade**, ano 23, p. 257-272, ago. 2002.

GHEDAMSI, I. A micro-model of didactical variables to explore the mathematical organization of complex numbers at upper secondary level. *In: CERME10, Proceedings[...]*, Dublin, Ireland, 2017. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/328043293>. Acesso em: 17 jul. 2018.

PUHL, C. S.; LIMA, I. G. Compreendendo os números complexos por meio de uma estratégia didática para promover a aprendizagem ativa. **VIDYA**, v. 38, n. 1, p. 237-256, jan./jun. 2018.

ROGALSKI, M. Peut-on élaborer une situation didactique d'introduction aux nombres complexes par l'histoire de l'équation du troisième degré, en terminale scientifique? **Actes de la XIe Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques**. La Pensée Sauvage, Grenoble, 2002, p. 387-393.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo 'estado da arte' em educação. **Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, set./dez. 2006.

SILVA, H. da; BERNARDINO, C. L. À elite, uma terceira natureza de números na Coleção Matemática 2º Ciclo. **Zetetiké**, Campinas. v. 27, p. 1-23, 2019.

ANEXO 1 - Dissertações Acadêmicas e Teses

ABIDO, Alexandre Silva. **A INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DOS NÚMEROS IMAGINÁRIOS SEGUNDO JEAN ROBERT ARGAND**. 2012. 166f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

AGRICCO JUNIOR, Renato Cezar. **Números Complexos e Grandezas Elétricas: Análise de Livros Didáticos Apoiada na teoria dos Registros de Representações Semióticas**. 2017. 215 f. Mestrado (Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

AMORIM, Tania Mara. **O estudo dos números complexos no Ensino Médio: uma abordagem com a utilização do Geogebra**. 2014. 236f. Mestrado (Ensino de Ciências Exatas). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

BERNARDINO, Camila Libanori. **Números Complexos: Um Estudo Histórico sobre sua Abordagem na Coleção Matemática 2º Ciclo**. 2016. 170 f. Mestrado (Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

CONTINI, Felipe. **Um diagnóstico da aprendizagem das conversões de registro, no caso dos Números Complexos**. 2016. 199 f. Mestrado (Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

ELI, Juliano. **Números complexos e suas aplicações: uma proposta de ensino contextualizado com abordagem histórica**. 2014. 171 f. Mestrado (Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

FERREIRA, Maria Sueli Fonseca. **Uma análise dos questionamentos dos alunos nas aulas de Números complexos**. 2006. 92f. Dissertação (Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

FRANÇA, Sávio Mendes. **Um estudo sobre complementaridades presentes na construção da teoria dos números complexos**. 2017. 181 f. Doutorado (Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

- GERMANO, Jose Gleisson da Costa. **Uma proposta de abordagem dos números complexos com o uso do Geogebra**. 2016. Mestrado (Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.
- GUIMARÃES, Michelle da Costa Barros Coelho. **Números complexos e suas aplicações geométricas no Ensino Superior**. 2013. 112f. Dissertação (Ensino de Ciências e Matemática). Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro.
- NEVES, Robson Coelho. **Os Quatérnios de Hamilton e o Espaço**. 2008, 112 f. Mestrado (Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- OLIVEIRA, Carlos Nely Clementino de. **Números Complexos: um estudo dos registros de representação e de aspectos gráficos**. 2010. 190 f. Mestrado (Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- PAULO, Rafael dos Reis. **Ambiente de geometria dinâmica e seu potencial semiótico: uma abordagem no ensino dos números complexos**. 2019. 154 f. Mestrado (Educação Matemática). Universidade Federal de Pelotas, Pelotas.
- PINTO, Jose Eustaquio. **Objeto de aprendizagem para o ensino de números complexos com aplicações na área técnica em eletroeletrônica**. 2015. ... Mestrado (Ensino em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- PINTO JR, Ulicio. **A História dos Números Complexos: das Quantidades Sofisticadas de Cardano às Linhas Orientadas de Argand**. 2009. 100 f. Mestrado (Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- REIS, Antonio Carlos Moreira. **A Aplicação dos Números Complexos aos Circuitos de Corrente Alternada no Ensino Técnico: Uma Análise no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí**. 2009, 98 f. Mestrado (Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Luterana do Brasil, Canoas.
- SANTOS, Robson de Oliveira. **O uso pedagógico de uma sequência didática para a construção do conceito de números complexos**. 2008, 135 f. Dissertação (Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

ANEXO 2 - Dissertações Profissionais

- AZEVEDO, DOUGLAS PEREIRA. **Ensino desenvolvimental: Um Experimento Didático Formativo para o estudo dos Números Complexos**. 2016 198 f. Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí.
- MONZON, Larissa Weyh. **Números complexos e funções de variável complexa no ensino médio: uma proposta didática com uso de objeto de aprendizagem**. 2012, 134 f. Mestrado Profissionalizante (Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- NETO, Raimundo Martins Reis. **Alternativa metodológica para o ensino e aprendizagem de números complexos: uma experiência com professores e alunos**. 2009. 142 f. Profissionalizante (Ensino). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- NETO, Rafael Vassallo. **A Utilização de Material Manipulativo na Construção do Conceito de Números Complexos**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Severino Sombra, Vassouras, 2010.

PUHL, Cassiano Scott. **Números complexos: interação e aprendizagem.** 2016. 245 f. Mestrado Profissional (Ensino de Ciências e Matemática). Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul.

QUEIROZ, Paulo Alexandre Sousa. **Uma proposta metodológica para o ensino dos números complexos: História e Prática.** 2016. 124 f. Mestrado Profissional (Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará.

SILVA, Nilson Alves da. **Uma situação didática para ensino de números complexos com foco em eletricidade pela via da engenharia didática.** 2016. 226 f. Mestrado Profissional (Educação em Ciências e Matemática). Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória.

SILVA, Révero Campos da. **Sobre o ensino dos números complexos: (re)significando conceitos, propriedades e operações por meio de construções e interpretações geométricas.** 2008. 186 f. Profissionalizante (Ensino). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ZOCOLOTTI, Alexandre Krüger. **Práticas reflexivas na sala de aula: Uma experiência na formação de professores de (Matemática).** 2010. 251 f. Profissionalizante (Ensino). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

ANEXO 3 - Principais referências teóricas das monografias

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional.** 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, Jean. **Didática das Matemáticas.** Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p. 35-113.

CASSIRER, Ernst. **Substanzbegriff und funktionsbegriff.** Berlin: Bruno Cassirer, 1910.

DAVYDOV, Vasili Vasilovich. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico.** Moscou: Progresso, 1988.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.** Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

FLAVELL, John H. Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry. **American Psychologist**, v. 34, n. 10, p. 906 – 911, 1979.

FREGE, Gottlob. **Lógica e Filosofia da Linguagem.** 2. ed. amp. e rev. Editora da Universidade de São Paulo. 2009.

GENETTE, Gérard. **Paratextos Editoriais.** Tradução de Álvaro Faleiros. Cotia: Ateliê Editorial, 2009.

KALEFF, Ana Maria; Rei, Dulce Monteiro. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: O Modelo de Van Hiele. *Bolema*, v.10. 21-30, 1994.

JONES, Phillip S. The history of mathematics as a teaching tool. In: NCTM. **Historical Topics of the Mathematics classroom.** New York, 1969, p. 1-17.

KANT, Immanuel. **Crítica da Razão Pura.** 5. ed. Tradução de M. P. Santos; A. F. Mojrão. Lisboa. Fundação Calouste Gulbenkian. 2001.

MENDES, Iran A. **Uma Aliança entre o Construtivismo e a história da Matemática.** 2001. Natal-RN, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

MORAN, José Manuel. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, José Manuel; MASSETO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda

- Aparecida (Org.). **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas (SP): Papirus, 2013, p.141-171.
- OTTE, Michael. **Complementarity, Sets and Numbers**. Educational Studies in Mathematics. Printed in the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, v. 53, p. 203-228. 2003B.
- SCHÖN, Donald A. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
- SKEMP, Richard R. **Psicología del aprendizaje de las matemáticas**. Madrid: Ediciones Morata, S. A, 1980.
- SKEMP, Richard R. Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics teaching**, n. 81, p. 20–26, 1976.
- THOMPSON, John B. **Ideologia e Cultura Moderna: Teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa**. Petrópolis: Vozes, 1995.
- WILEY, David A. Connecting learning objects to instructional design theory: a definition a metaphor, and a taxonomy. 2000. **The instructional use of learning objects**. Bloomington: Association for Educational Communications and Technology, 2000. Disponível em: <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>. Acesso em: 29 nov. 2019.

ANEXO 4 - Principais referências metodológicas das monografias

- ARTZT, Alice F.; ARMOUR-THOMAS, Eleanor. **A Cognitive Model for Examining Teacher's Instructional Practice in Mathematics: A Guide for Facilitating Teacher Reflection**. Educational Studies in Mathematics, 1999.
- ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 4. p. 193-217.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa, Portugal: Edições 70, 2016.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994. (Coleção Ciências da Educação).
- BORGES NETO, Hermínio et al. **Sequência Fedathi: Uma Proposta Pedagógica para o Ensino de Ciências e Matemática**. Universidade Federal do Ceará, 2013.
- DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: Machado, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986. (Temas básicos de educação e ensino).
- ROXO, Euclides; CUNHA, Haroldo Lisbôa da; PEIXOTO, Roberto; NETTO, Cesar Dacorso. **Matemática 2º ciclo. 1ª série**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1944.
- THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 13. ed. São Paulo: Cortez, 2004.
- ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1988.